2020年北京市高级中等学校招生考试

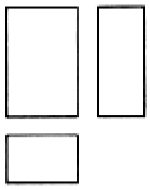
数　　学

姓名________________ 准考证号□□□□□□□□ 考场号□□□ 座位号□□

考生须知	1．本试卷共7页，共三道大题，28道小题。满分100分。考试试卷120分钟。
	2．在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
	3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
	4．在答题卡上，选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
	5．考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

一、选择题（本题共16分，每小题2分）

第1—8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.



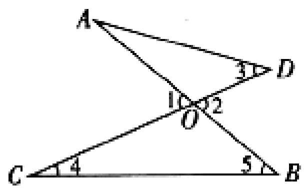
1．右图是某几何体的三视图，该几何体是

（A）圆柱　　（B）圆锥

（C）三棱锥　　（D）长方体

2．2020年6月23日，北斗三号最后一颗全球组网卫星从西昌卫星发射中心发射升空，6月30 成功定点于距离地球36 000公里的地球同步轨道．将36 000用科学记数法表示应为

（A）0.36×10^5　　（B）3.6×10^5　　（C）3.6×10^4　　（D）36×10^3

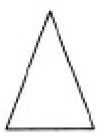
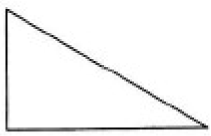
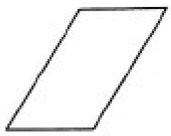
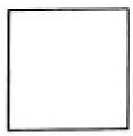


3．如图，AB与CD相交于点，则下列结论正确的是

（A）$\angle1=\angle2$　　（B）$\angle2=\angle3$

（C）$\angle1>\angle4+\angle5$　　（D）$\angle2<\angle5$

4．下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是

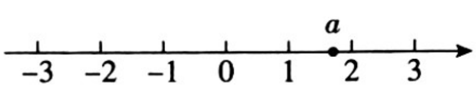





（A）　　（B）　　（C）　　（D）

5.正五边形外角和为

（A）180°　（B）360°　（C）540°　（D）720°

6.实数a在数轴上的对应点的位置如图所示.若实数b满足$-a<b<a$，则b的值可以是

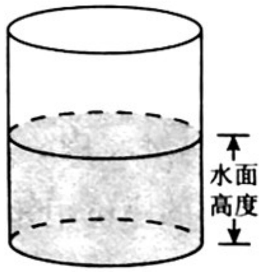


（A）2　（B）-1　（C）-2　（D）-3

7.不透明的袋子中有两个小球，上面分别写着数字“1”“2”，除数字外两个小球无其他差别.从中随机摸出一个小球，记录其数字，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，记录其数字，那么两次记录的数字之和为3的概率是

（A）$\frac{1}{4}$　（B）$\frac{1}{3}$　（C）$\frac{1}{2}$　（D）$\frac{2}{3}$

8.有一个装水的容器，如图所示.容器内的水面高度是$10cm$，现向容器内注水，并同时开始计时.在注水过程中，水面高度以每秒$0.2cm$的速度匀速增加，则容器注满水之前，容器内的水面高度与对应的注水时间满足的函数关系是



（A）正比例函数关系　（B）一次函数关系

（C）二次函数关系　（D）反比例函数关系

二、填空题（本题共16分，每小题2分）

9.若代数式$\frac{1}{x-7}$有意义，则函数x的取值范围是____.

10.已知关于x的方程$x^2+2x+k=0$有两个相等的实数根，则k的值是____.

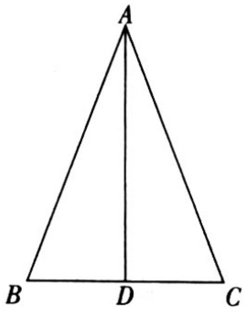
11.写出一个比$\sqrt{2}$大且比$\sqrt{15}$小的整数是____.

12.方程组$\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=7 \end{cases}$的解为____.

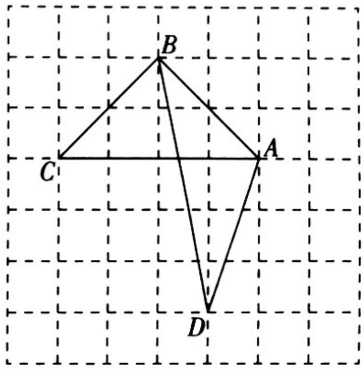
13.在直角坐标系xOy中，直线$y=x$与双曲线$y=\frac{m}{x}$交于A，B两点.若点A，B的纵坐标分别为y_1，y_2，则

y_1+y_2的值为____.

14. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点D在BC上（不与点B，C重合）.只需添加一个条件即可证明$\triangle ABD\cong\triangle ACD$，这个条件可以是________________(写出一个即可).



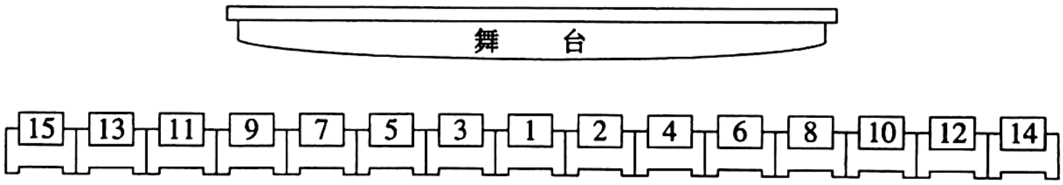
第14题图



第15题图

15. 如图所示的网格是正方形网格，A，B，C D 是网格线交点，则 $\triangle ABC$ 的面积与 $\triangle ABD$ 的面积的大小关系为：$S_{\triangle ABC}$ _____ $S_{\triangle ABD}$（填“>”，“=”或“<”）.

16. 下图是某剧场第一排座位分布图.



甲、乙、丙、丁四人购票，所购票数分别为2，3，4，5.每人选座购票时，只购买第一排的座位相邻的票，同时使自己所选的座位号之和最小.如果按“甲、乙、丙、丁”的先后顺序购票，那么甲购买1，2号座位的票，乙购买3，5，7号座位的票，丙选座购票后，丁无法购买到第一排座位的票.若丙第一个购票，要使其他三人都能购买到第一排座位的票，写出一种满足条件的购票的先后顺序____________________.

三、解答题(本题共68分，第17-20题，每小题5分，第21题6分，第22题5分，第23-24题，每小题6分，第25题5分，第26题6分，第27-28题，每小题7分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\sqrt{18}+|-2|-6\sin 45^{\circ}$

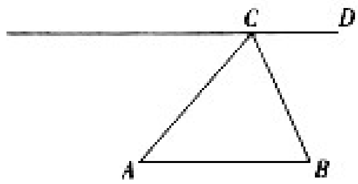
18. 解不等式组：$\begin{cases} 3x-3>2x \\ \dfrac{2x-1}{3}<\dfrac{x}{2} \end{cases}$

19. 已知 $5x^2-x-1=0$，求代数式 $(3x+2)(3x-2)+x(x-2)$ 的值.

20. 已知：如图，$\triangle ABC$ 为锐角三角形，$AB=AC$，$CD\parallel AB$.

求做：线段 BP，使得点 P 在直线 CD 上，

且 $\angle ABP=\frac{1}{2}\angle BAC$



作法：①以点 A 为圆心，AC 长为半径画圆，交直线 CD 于 C,P 两点；

② 连接 BP

线段 BP 就是所求线段

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明

证明：∵ $CD\parallel AB$

∴ $\angle ABP=$______________.

∵ $AB=AC$

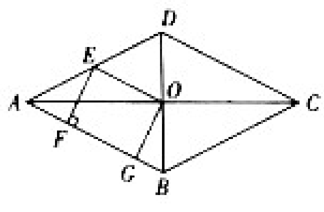
∴点 B 在 $\odot A$ 上.

又∵点 C,P 都在 $\odot A$ 上

∴ $\angle BPC=\frac{1}{2}\angle BAC$（____________）（填推理依据）.

∴ $\angle ABP=\frac{1}{2}\angle BAC$

21. 如图，菱形 $ABCD$ 对角线 AC，BD 相交于点 O，E 是 AD 的中点，点 F,G 在 AB 上，$EF\perp AB$，$OG\parallel EF$.



（1）求证：四边形 $OEFG$ 是矩形；

（2）若 $AD=10, EF=4$，求 OE 和 BG 的长

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=x$ 的图象平移得到，且经过点 $(1,2)$.

（1）求这个一次函数的解析式；

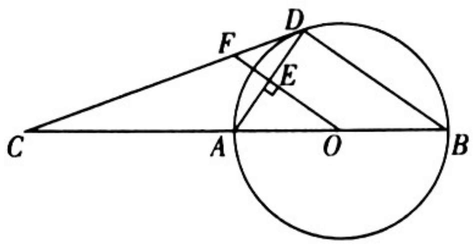
（2）当 $x>1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx(m\neq 0)$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值，直接写出 m 的

取值范围.

23. 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，C 为 BA 延长线上一点，CD 是 $\odot O$ 的切线，D 为切点，$OF \perp AD$ 于点 E，交 CD 于点 F.

（1）求证：$\angle ADC = \angle AOF$；

（2）若 $\sin C = \dfrac{1}{3}, BD = 8$，求 EF 的长.



24. 小云在学习过程中遇到一个函数 $y=\frac{1}{6}|x|(x^2-x+1)(x\geq -2)$.

下面是小云对其探究的过程，请补充完整：

（1）当 $-2\leq x<0$ 时，

对于函数 $y_1=|x|$，即 $y_1=-x$，当 $-2\leq x<0$ 时，y_1 随 x 的增大而__________，且 $y_1>0$；

对于函数 $y_2=x^2-x+1$，当 $-2\leq x<0$ 时，y_2 随 x 的增大而___________，且 $y_2>0$；

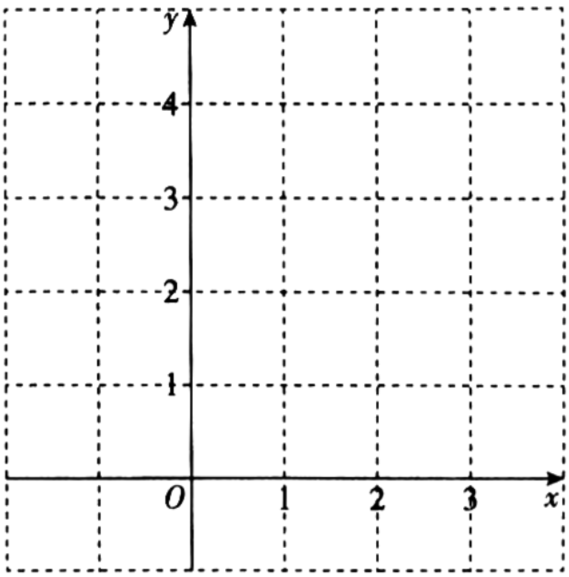
结合上述分析，进一步探究发现，对于函数 y，当 $-2\leq x<0$ 时，y 随 x 的增大而 ________.

（2）当 $x\geq 0$ 时，

对于函数 y，当 $x\geq 0$ 时，y 与 x 的几组对应值如下表：

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	…
y	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{16}$	1	$\frac{95}{48}$	$\frac{7}{2}$	…

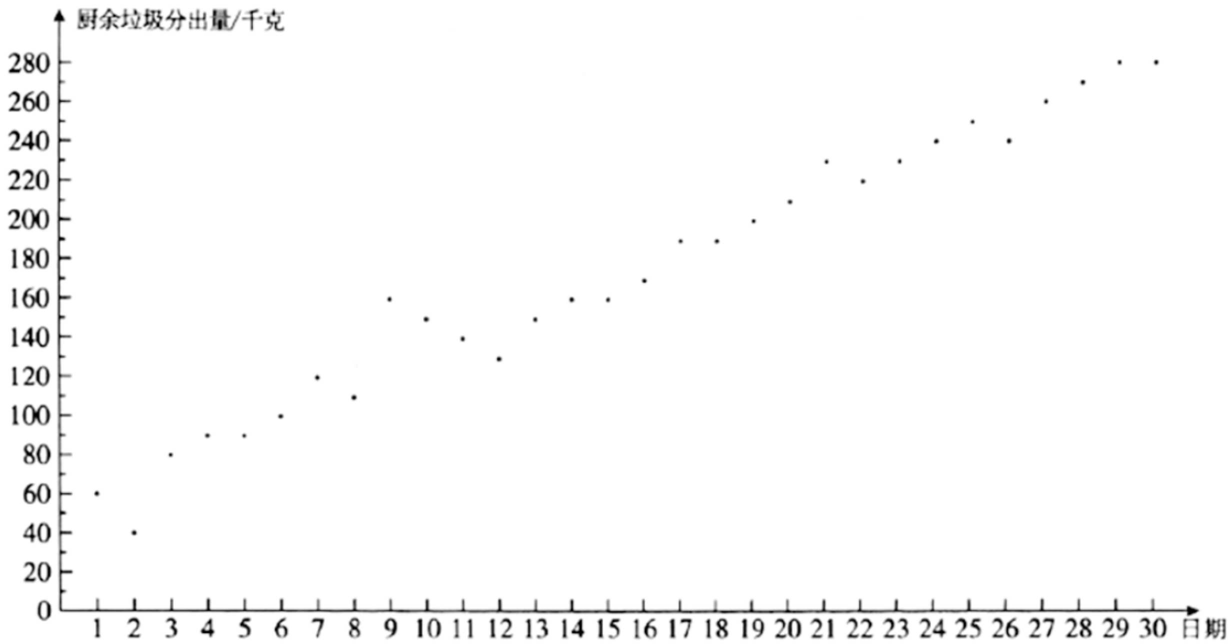
结合上表，进一步探究发现，当 $x\geq 0$ 时，y 随 x 的增大而增大，在平面直角坐标系 xOy 中，画出当 $x\geq 0$ 时的函数 y 的图象.



（3）过点 $(0,m)(m>0)$ 作平行于 x 轴的直线 l，结合（1）（2）的分析，解决问题：若直线 l 与函数 $y=\frac{1}{6}|x|(x^2-x+1)(x\geq -2)$ 的图象有两个交点，则 m 的最大值是__________.

25. 小云统计了自己所住小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量（单位：千克），相关信息如下：

a．小云所住小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量统计图：



b．小云所住小区 5 月 1 日至 30 日分时段的厨余垃圾分出量的平均数如下：

时　段	1 日至 10 日	11 日至 20 日	21 日至 30 日
平均数	100	170	250

（1）该小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量的平均数约为________（结果取整数）；

（2）已知该小区 4 月的厨余垃圾分出量的平均数为 60，则该小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量的平均数约为 4 月________倍（结果保留小数点后一位）；

（3）记该小区 5 月 1 日至 10 日的厨余垃圾分出量的方差为 s_1^2，5 月 11 日至 20 日的厨余垃圾分出量的方差为 s_2^2，5 月 21 日至 30 日的厨余垃圾分出量的方差为 s_3^2．直接写出 s_1^2，s_2^2，s_3^2 的大小关系．

26．在平面直角坐标系 xOy 中，$M\left(x_1, y_1\right)$，$N\left(x_2, y_2\right)$ 为抛物线 $y=ax^2+bx+c\left(a>0\right)$ 上任意两点，其中 $x_1<x_2$．

（1）若抛物线的对称轴为 $x=1$，当 x_1，x_2 为何值时，$y_1=y_2=c$；

（2）设抛物线的对称轴为 $x=t$．若对于 $x_1+x_2>3$．都有 $y_1<y_2$，求 t 的取值范围．

27. 在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$AC>BC$，D是AB的中点，E为直线AC上一动点，连接DE，过点D作$DF\perp DE$，交直线BC于点F，连接EF.

(1)如图1，当E是线段AC的中点时，设$AE=a,BF=b$，求EF的长（用含a,b的式子表示）;

(2)当点E在线段CA的延长线上时，依题意补全图2，用等式表示线段AE,EF,BF之间的数量关系，并证明.

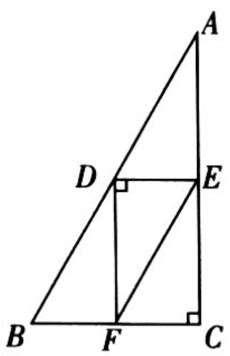


图1

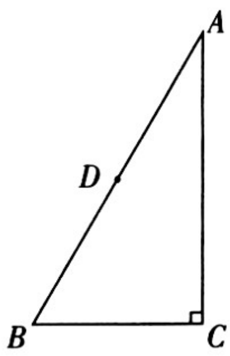
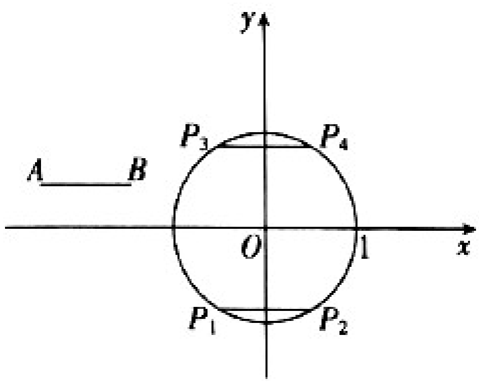


图2

28. 在平面直角坐标系xOy中，$\odot O$的半径为1，A，B为$\odot O$外两点，$AB=1$.

给出如下定义：平移线段AB，得到$\odot O$的弦$A'B'$（A'，B'分别为点A，B的对应点），线段AA'长度的最小值称为线段AB到$\odot O$的“平移距离”.

（1）如图，平移线段AB得到$\odot O$的长度为1的弦P_1P_2和P_3P_4，则这两条弦的位置关系是________；在点P_1，P_2，P_3，P_4中，连接点A与点________的线段的长度等于线段AB到$\odot O$的“平移距离”；



（2）若 A，B 都在直线 $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 上，记线段 AB 到 ⊙O 的“平移距离”为 d_1，求 d_1 的最小值；

（3）若点 A 的坐标为 $\left(3,\frac{3}{2}\right)$，记线段 AB 到 ⊙O 的“平移距离”为 d_2，直接写出 d_2 的取值范围.

2020年北京市高级中等学校招生考试数学

参考答案

一、选择题(本题共16分.每小题2分}

第1一8题均有四个选项.符合肠愈的选项只有一个.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	D	B	B	C	B

8. 【解析】:设水面高度为:h，注水时间为:x， $\therefore h=10+0.2x$

二、填空题(本题共16分，每小题2分)

9. 【答案】$x\neq 7$

10. 【答案】$k=1$

11. 【答案】3（答案不唯一）

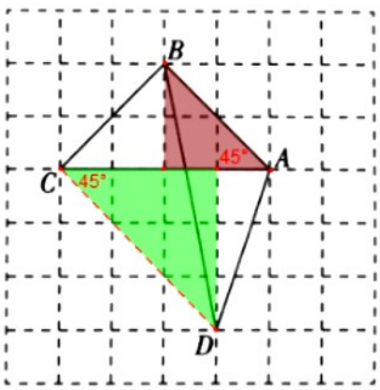
12. 【答案】$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$

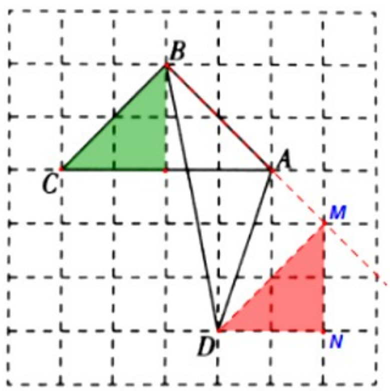
13. 【答案】0

14. 【答案】$BD=DC$ （答案不唯一）

15. 【答案】=

【解析】:“格点题型”算的上是近年来中考的必考题型了，试题难度不大。(下面给出了两种解析思路)





说明:① 左图，根据图形可知$\angle ACD=\angle BAC, \therefore AB//CD$

∴根据平行线间的距离处处相等，可得 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}$

② 右图，延长 BA 交格点 M ，连接 DM，$\therefore DM=AB$

∴等底等高的两个三角形面积相等，可得 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABD}$

16. 【答案】丙，乙，丁，甲（答案不唯一）

【解析】:这是中考的“新题型”，旨在考查同学们数学分析思维能力，也是中考改革的一大变化，体现了数学教学的精髓所在，也将会成为中考数学考查的一大重点方向。作为填空压轴题是非常不错的一道小题，题目分析:

① 甲、乙、丙、丁四人购票，所购票数分别为:2,3,4,5

② 每人根据顺序购票座位号之和最小

③ 必须购买相邻座位

④ 丙第一个购票

写出一种满足上述条件的购票顺序即可?

具体详解请参考下图给出的四种方案:

方案一：（购票顺序：丙，甲，丁，乙）

方案二：（购票顺序：丙，乙，丁，甲）

方案三：（购票顺序：丙，丁，甲，乙）

方案四：（购票顺序：丙，丁，乙，甲）

三、解答题(本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 【答案】$=5$

18. 【答案】$1<x<2$

19. 【答案】 -2

20. 【答案】�BPC 同弧所对圆周角是圆心角的二分之一

21. 【答案】（1）证明：略

（2）$OE=5, BG=2$

22. 【答案】（1）解析式：$y=x+1$

（2）m 的取值范围：m �2

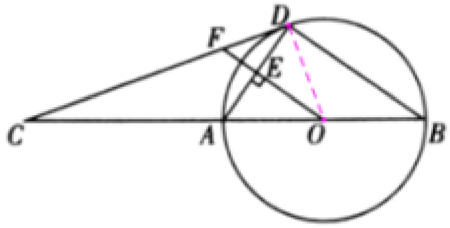
23.【解析】

（1）解：连接 OD

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore \angle ODF = 90^0$

$\therefore \angle FDE + \angle EDO = 90^0$



$\because \angle EDO + \angle EOD = 90^0$

$\therefore \angle FDE = \angle EOD$

又 $\because OA = OD, OF \perp AD$

$\therefore \angle AOE = \angle EOD, \therefore \angle AOE = \angle FDE$

$\therefore \angle ADC = \angle AOF$

（2）在 $RT\triangle CDO$ 中，$\sin C = \dfrac{OD}{OC} = \dfrac{1}{3}$

$\therefore 3OD = OC$

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径

$\therefore \angle ADB = 90^0$， 又 $\because OF \perp AD$ 于点 E，$\therefore \angle OEA = 90^0$

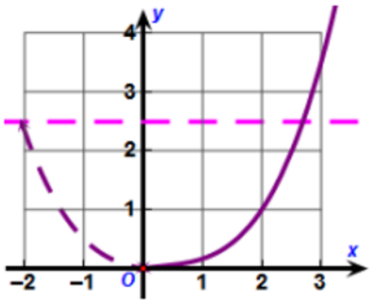
$\therefore OF // BD$

$\therefore \dfrac{OC}{BC} = \dfrac{OF}{BD} = \dfrac{3}{4}$, 即 $\dfrac{OF}{8} = \dfrac{3}{4}, OF = 6$

在 $RT\triangle ABD$ 中，点 O 为 AB 中点，$OF // BD$

$\therefore OE = \dfrac{1}{2}BD = 4, \therefore EF = OF - OE = 6 - 4 = 2$

24. 【答案】（1）减小 减小　　减小

（2）

【解析】

（3）$\mathrm{m}=\frac{7}{3}$

解：令 $x=-2$ 时，代入 $y=\frac{1}{6}|x|\left(x^{2}-x+1\right)(x�-2)$

$\therefore y=\frac{1}{6}|-2|\left((-2)^{2}+2+1\right)$

$y=\frac{1}{6}�2�7$

$y=\frac{7}{3}$

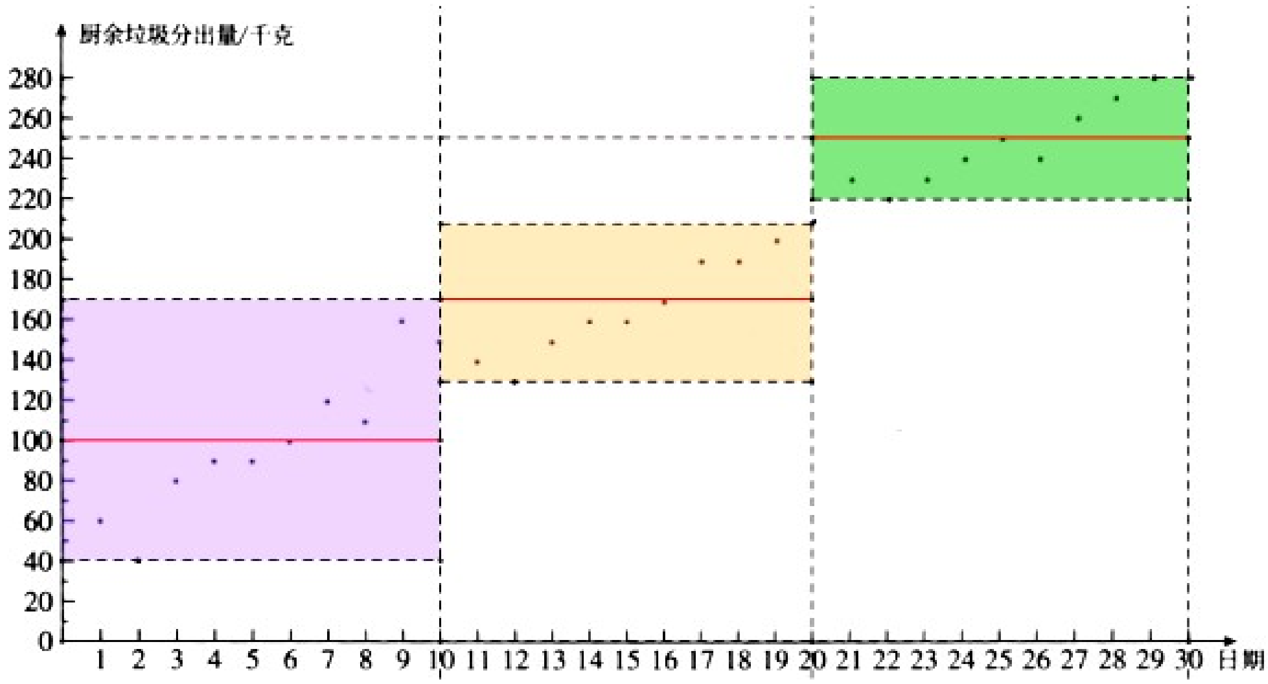
25. 【答案】（1）173

（2）2.9

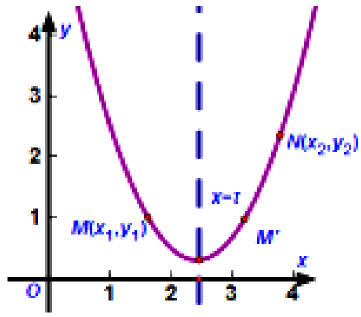
（3）$S_{1}^{2}>S_{2}^{2}>S_{3}^{2}$

【解析】：

解析：第(3)问考查方差的意义，方差考查数据的波动情况，根据下图不难得出正确结论。



26.【解析】：(1)当 $y_1=y_2=c$ 时



\ 令 $y=c$ 时，代入 $y=ax^2+bx+c\left(a>0\right)$

\ $c=ax^2+bx+c\left(a>0\right)$

\ $0=x\left(ax+b\right)$

\ $x_1=0, x_2=-\dfrac{b}{a}$

又Q对称轴即 $x=-\dfrac{b}{2a}=1$, $b=-2a$

\ $x_2=-\dfrac{-2a}{a}=2$

(2)作点 M 关于 $x=t$ 的对称点 M'，设点 M$\left(x_3, y_1\right)$

\ $x_1+x_3=2t$

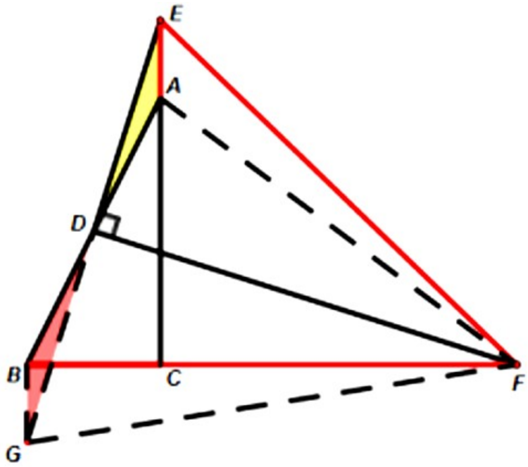
Q $y_1<y_2, x_1+x_2>3$

$\therefore\ x_1+x_2>2t$,即$2t\le 3$, $t\le\dfrac{3}{2}$

注：此时，是可以取等值的，一定要特别注意。

27. 【解析】(1)点E为AC中点时，$\because\ D$是AB的中点

$\therefore\ DE/\!/BC, DE=\dfrac{1}{2}BC$



$\therefore\ \angle C=\angle CED=90^0$，$\angle EDF=90^0$

$\therefore$ 四边形$DECF$为矩形

$\therefore\ DE=FC=BF=\mathrm{b}, AE=EC=DF=\mathrm{a}$

$\therefore\ EF=\sqrt{b^2+a^2}$

（2）延长ED到G使$DG=DE$,连接BG

易证：$\triangle EDA\cong\triangle CDB\left(SAS\right)$, $\therefore DG=DE$、$AE=BG$, $\angle DEA=\angle DGB$

$\therefore$ 可得：$BG/\!/AE$,所以$BG\perp BF$

在$\triangle EGF$中，$\because\ DG=DE, DF\perp EG, \therefore\ EF=GF$（三线合一）

$\therefore$ 在$RT\triangle BGF$中，$BG^2+BF^2=GF^2, \therefore\ AE^2+BF^2=EF^2$

28.【解析】分析定义：

①平移线段AB得到$\odot O$的弦$A'B'\left(AB=A'B'\right)$

②线段AA'的最小值即为线段AB到$\odot O$的“平移距离”

③$AB=1$，$\odot O$的半径为1，$\therefore$当线段AB平移得到弦$A'B'$时，$\triangle A'OB'$为等边三角形。

注：要特别注意是线段AB与弦$A'B'$的对应点AA'的最小值为“平移距离”。

（1）答案：平行，P_3

注：这一问相对比较简单，同学们认真审题，一般不会出现问题。

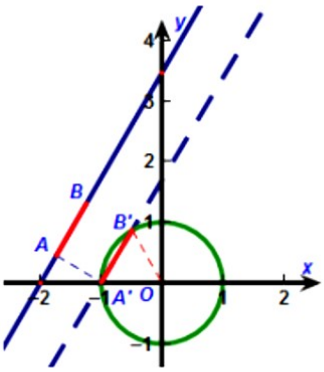


图 01

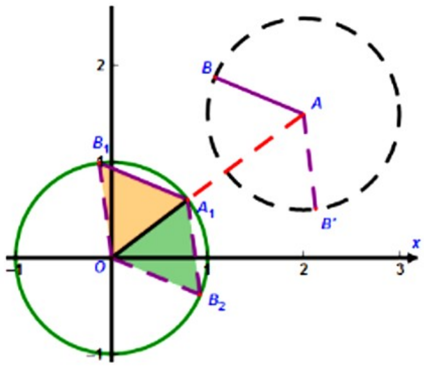


图 02

(2)如图 01，线段 AB 平移得到弦 $A'B'$

$\because A'B'=1$，∴ $\triangle A'OB'$ 为等边三角形

∴此时，AA' 即为线段 AB 到⊙O 的“平移距离”

∴ $d_1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

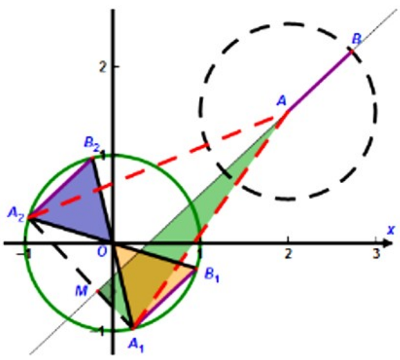
(3)① 如图 02，连接 OA，线段 AB 到⊙O 的“平移距离”最小值 $d_2=\dfrac{3}{2}$

② 线段 AB 到⊙O 的“平移距离”最大值 d_2

说明：线段 AB 经过平移得到弦 A_1B_1 和弦 A_2B_2 这两种情况，其点 A 平移轨迹为 AA_1 、AA_2，根据定义可知：线段 AA' 的最小值即为线段 AB 到⊙O 的“平移距离”。

∴ 此时，线段 AB 到⊙O 的“平移距离”为 d_2，应为线段 AA_1 、AA_2，较小值。

∴ 当 $AA_1=AA_2$ 时，线段 AB 到⊙O 的“平移距离”为 d_2 取得最大值。其最大值 d_2，的解题思路如下：



题 03

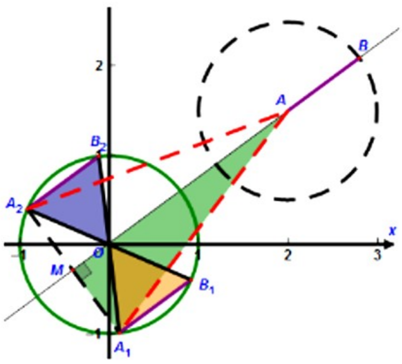


图 04

$\because AA_1 = AA_2, \therefore AM \perp A_1A_2$，

又$\because \triangle A_1OB_1$为等边三角形，$\therefore \angle A_1OM = 60^\circ$

$\therefore OM = \frac{1}{2}, A_1M = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ 在$RT\triangle A_1AM$中，$A_1A_2 = \sqrt{A_1M^2 + AM^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + 9} = \frac{\sqrt{39}}{2}$

∴综上，d_2取值范围是：$\frac{3}{2} \leq d_2 \leq \frac{\sqrt{39}}{2}$