

第二部分 方程与不等式

第一节 一次方程

一、 方程

1. 方程：含有未知数的等式叫做方程。
2. 元：指方程中的未知数。一元就是方程中只有一个未知数。
3. 次：指方程中未知数的最高次数。二次就是未知数上是平方。
4. 方程的根：即为方程的解。有几个根即为有几个解。
5. 注意：有几个未知数就需要有几个方程来解出未知数。（解释，举例）
6. 解一元一次方程：

二、 二元一次方程组

1. 两种消元方法：代入消元法，加减消元法
2. 加减消元法解二元一次方程：
 - 1) 方程组的两个方程中，如果同一个未知数的系数不互为相反数又不相等，就用适当的数同时乘以方程两边，使其中一个未知数的系数相等或互为相反数。
 - 2) 把方程两边分别相加或相减，消去一个未知数，到一个一元一次方程。
 - 3) 解一元一次方程，并带回原式，求出另一个未知数。
3. 二元一次方程的实际应用：（分析，整理信息的能力）注意找等量关系。
4. 拓展：三元一次方程组：（思考需要几个几个方程才能解出未知数，举例）

第二节 一元二次方程

一、 一元二次方程

1. 定义：只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 的整式方程。（举例）
2. 注意：（练习）
 - 1) 在数学中，我们一般用 x, y, z 来表示未知数； a, b, c 用来表示常数（解释）
 - 2) 在方程 $ax^2+bx+c=0$ 中， a 叫做二次项系数， b 叫做一次项系数， c 叫做常数项。
 - 3) 若方程是一元二次方程，则二次项系数一定不为零。

二、 一元二次方程的根

1. 根据经验，我们知道，一个方程的解的个数与它的最高次幂有关。如一元一次方程，最高次幂为一次，则有一个根；一元二次方程最高次幂为二次，则有两个根。
2. 在前面，我们已经讲过，根即为解。一元二次方程应该有两个实根，分别为 x_1, x_2 。这两个实根的大小可能有三种情况；（解释，举例）
 - 1) 两个不相等的实根（ $x_1 \neq x_2$ ）
 - 2) 两个相等的实根（ $x_1 = x_2$ ）
 - 3) 没有根（没有解）

3. 判别式（练习：有方程的根的情况确定待定系数的取值范围）

1) 作用：用来判断一元二次方程的根的个数的情况

2) 内容： $\Delta = b^2 - 4ac$

◇ 若 $\Delta > 0$ 则有两个不相等的实根 x_1, x_2 ;

◇ 若 $\Delta = 0$ 则有两个相等的实根 x_1, x_2 ; 、

◇ 若 $\Delta < 0$ 则没有实根

◇ 思考：若方程有两个实根，则该如何？

三、 解一元二次方程（解释，举例，练习）

1. 方法：（有选择的先后顺序）

1) 先将二次项系数变为正，然后等号左右同时乘以相同的数，消灭分数，全部变整数。在观察能不能有约分的数（举例）

2) 直接开平方法：先看是不是完全平方公式，如果是就直接开平方

3) 十字相乘法（因式分解法）：在看能不能十字相乘或者因式分解

4) 配方法：等号左右两边同时加减相同的数，使等号左边能化成完全平方公式

5) 公式法：用公式来解方程，公式为

2. 一元二次方程的应用：

四、 分式方程

1. 定义：分母中含有未知数的方程

2. 解分式方程：（举例，思考，解释，练习）

1) 通分：对分母分解因式，找到最简公分母

2) 方程等号两边同时乘以最简公分母，约去分母，得到整式方程

3) 解整式方程

4) 验根：带入结果，检验分母是否为0。若为0则是不可取的增根

第三节 不等式和不等式组

一、 不等式

1. 定义：用不等号连接的式子叫做不等式。使不等式成立的未知数的值的全体叫做不等式的解集。（解释）

2. 常见不等号：

3. 不等式的基本性质：

1) 不等式两边同时加减同一个数，不等号方向不变。

2) 不等式两边同时乘以或除以一个正数，不等号方向不变。

3) 不等式两边同时乘以或除以一个负数，不等号方向改变。

二、 不等式和不等式组的解法：

1. 在数轴上画出解集：实心，空心

2. 一元一次不等式的解法：（略）

3. 一元一次不等式组的解法：（解释，练习）

- 1) 先求出各个不等式的解集
- 2) 在数轴上画出它们的解集，找出公共部分，即为解集
4. 不等式组解集的确定方法：（画图，解释）

- 1) 大大取较大：

例如：

- 2) 小小取较小：

例如：

- 3) 大小小大取中间

例如：

三、绝对值不等式的解法

1. 绝对值不等式：带有绝对值的不等式

2. 解法：（画图，举例）

- 1) 若为大于号，则：大于大的，小于小的，取两边

例如：

- 2) 若为小于号，则：大于小的，小于大的，取中间

例如：

四、一元二次不等式

1. 解法：

- 1) 先解出一元二次方程的两个根 x_1, x_2

- 2) 和绝对值不等式相似，若为大于号则大于大的，小于小的，取两边；若为小于号则大于小的，小于大的，取中间。（解释：画二次函数图像）

五、分式不等式

1. 解法：

- 1) 先将多个分式移至不等号左侧，再通分，化为一个分式。等号右侧为 0.

- 2) 再将除法化为乘法

- 3) 串根，得出解集

2. 串根方法：

- 1) 先将未知数前的系数化为正数，然后因式分解，求出方程的根 x_1, x_2, x_3

- 2) 在一条数轴上标出方程等于 0 时的解

- 3) 从数轴的右上角开始，由上到下再到上依次穿过。注意二次方项穿而不过

- 4) 若不等式为大于号，则取数轴上半部分为解集；若不等式为小于号，则取数轴下半部分为解集

3. 举例：